Total Pages : 12

N25DIIIDE14

B.Sc. (Semester-III)
(NEP) Examination, 2025-26
Discipline Specific Elective (DSE)
MATHEMATICS
(Advanced Calculus)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note : This question paper is divided into two sections. Section-A is **compulsory**, containing **10** objective type questions of **10** marks and **5** short answer type questions carrying **4** marks for each, total of **20** marks. Section-B containing **8** descriptive type questions two from each unit with 50% internal choice carrying **10** marks for each, total of **40** marks.

यह प्रश्न-पत्र दो खण्डों में विभक्त है। खण्ड-अ अनिवार्य है, जिसमें **10** वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न हैं, जो **10** अंक के हैं। **5** लघुउत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं, जिसमें प्रत्येक प्रश्न **4** अंकों का है। कुल अंक **20** हैं। खण्ड-ब जिसमें **8** वर्णनात्मक प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक इकाई से 50% आंतरिक विकल्प के साथ दो प्रश्न हैं, जिसमें प्रत्येक प्रश्न **10** अंक का है। कुल **40** अंकों का है।

Scanned with OKEN Scanner

यदि $f(x,y)=x^3+y^3-3a\,xy$, तब $\frac{\partial f}{\partial x}$ का मान है :

(a) $3x^2+3ay$

(b) $3x^2-3ay$

(c) $3y^2-3ay$

(d) $3x^2$

(iii) If $u=x^3+y^3-3axy^2$, then the value of $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}$ is :

(a) 2u

(b) u

(c) 3u

(d) None of the above

यदि $u=x^3+y^3-3axy^2$, तब $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}$ का मान है :

(a) 2u

(b) u

(c) 3u

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Scanned with OKEN Scanner

(iv) If $f(x,y)=2x^2-xy+2y^2$, then the value of $f_y(1,2)$ is :

(a) 7

(b) 5

(c) 3

(d) None of the above

यदि $f(x,y)=2x^2-xy+2y^2$, तब $f_y(1,2)$ का मान है :

(a) 7

(b) 5

(c) 3

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

(v) The Fourier series for an odd function contains:

(a) Only sine terms

(b) Only cosine terms

(c) Both (a) and (b)

(d) None of the above

एक विषम फलन के लिए फूरियर सीरीज़ में होते हैं :

(a) सिर्फ़ साइन पद

(b) सिर्फ़ कोसाइन पद

(c) दोनों (a) और (b)

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

(vi) If $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$, then the value of $\frac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ is :

(a) $2r$ (b) $\frac{r}{2}$

(c) $\frac{r}{3}$ (d) r

यदि $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$, तब $\frac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ का मान है :

(a) $2r$ (b) $\frac{r}{2}$

(c) $\frac{r}{3}$ (d) r

Scanned with OKEN Scanner

(vii) Function $f(x_1$ has a maximum at a point (a, b) if :

(a) $rt-s^2>0, r>0$

(b) $rt-s^2>0, r<0$

(c) $rt-s^2<0, r>0$

(d) $rt-s^2<0, r<0$

दो स्वतंत्र चरों के फलन $f(x, y)$ का उच्चिष्ठ मान बिन्दु (a, b) पर होगा, यदि :

(a) $rt-s^2>0, r>0$

(b) $rt-s^2>0, r<0$

(c) $rt-s^2<0, r>0$

(d) $rt-s^2<0, r<0$

(viii) The value of $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$ is :

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

(c) $\sqrt{\pi}$

(d) $\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$

$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान है :

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

(c) $\sqrt{\pi}$ (d) $\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$

(ix) Value of $\int_0^1\int_0^2(x+y)dx\,dy$ is 3.

[True or False]

$\int_0^1\int_0^2(x+y)dx\,dy$ का मान 3 है। [सत्य या असत्य]

(x) By changing the order of integration, the double integral $\int_0^a\int_0^x f(x,y)dx\,dy$ becomes :

(a) $\int_0^a\int_y^0 f(x,y)dy\,dx$

(b) $\int_{-a}^a\int_y^a f(x,y)dy\,dx$

(c) $\int_0^a\int_{-y}^y f(x,y)dy\,dx$

(d) $\int_0^a\int_y^a f(x,y)dy\,dx$

Scanned with OKEN Scanner

समाकलन के क्रम का परिवर्तन करने पर, द्विवश: समाक

$\int_0^a \int_0^x f(x,y)\,dx\,dy$ बन जाता है :

(a) $\int_0^a \int_y^0 f(x,y)\,dy\,dx$

(b) $\int_{-a}^a \int_y^a f(x,y)\,dy\,dx$

(c) $\int_0^a \int_{-y}^y f(x,y)\,dy\,dx$

(d) $\int_0^a \int_y^a f(x,y)\,dy\,dx$

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : *Answer* **all** *the following questions. Each question carries* **4** *marks.* *[4×5=20]*

निम्नलिखित **सभी** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न* **4** *अंकों का है।*

2. (i). State and prove the Euler's theorem for homogeneous functions of two variables.

दो चरों के समघात फलनों पर ऑयलर प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

(ii) If the function $f(x,y)=\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2+1}$, then find the definition the values of $f_y(0,0)$ and $f_x(0,0)$.

यदि फलन $f(x,y)=\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2+1}$ है, तब परिभाषा के अनुसार $f_y(0,0)$ और $f_x(0,0)$ के मान ज्ञात कीजिए।

(iii) Discuss the maximum or minimum values or saddle points of the function $f(x,y)=x^3-4xy+2y^2$.

फलन $f(x,y)=x^3-4xy+2y^2$ के उच्चिष्ठ, निम्निष्ठ और पल्याण बिन्दु की विवेचना कीजिए।

(iv) Find the envelope of the family of straight lines $y=mx+\frac{a}{m}$.

सरल रेखाओं के कुल $y=mx+\frac{a}{m}$ का अन्वालोप ज्ञात कीजिए।

[P.T.O.]

Scanned with OKEN Scanner

(v) Prove that $B(m,n)=\frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}(m,n>$

सिद्ध कीजिए कि $B(m,n)=\frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}(m,n>$

SECTION-B / खण्ड-ब

(Descriptive Type Questions)

(वर्णनात्मक प्रश्न)

Note : Attempt **any** one question from each unit. Eac question carries **10** marks. [4×10=40]

प्रत्येक इकाई से किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का है।

UNIT-I / इकाई-I

3. State and prove that Taylor's theorem for a function of two variables.

दो चरों के फलन के लिए टेलर का प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

4. If $x=e^{\theta},y=e^{\phi}$, then transform the equation $e^{2\theta}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+e^{2\phi}\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+e^{\theta}\frac{\partial v}{\partial x}+e^{\phi}\frac{\partial v}{\partial y}=0$. Such that when θ and ϕ are independent variables.

प्रतिस्थापन $x=e^{\theta},y=e^{\phi}$ के द्वारा समीकरण $e^{2\theta}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+e^{2\phi}\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+e^{\theta}\frac{\partial v}{\partial x}+e^{\phi}\frac{\partial v}{\partial y}=0$ को रूपान्तरित कीजिए जहाँ θ और ϕ स्वतंत्र चर है।

UNIT-II / इकाई-II

5. State and prove the Young's theorem for function of two variables.

दो चरों के फलन के लिए यंग का प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

6. Find the Fourier series of the function $f(x)=x^2,-\pi<x<\pi$. Hence deduce that $\frac{\pi^2}{12}=1-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2}\ldots\ldots$.

फलन $f(x)=x^2,-\pi<x<\pi$ की फूरियर श्रेणी प्राप्त कीजिए। अतः निगमन कीजिए $\frac{\pi^2}{12}=1-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2}\ldots\ldots$.

UNIT-III / इकाई-III

7. Find the minimum value of the function $u=x^2+y^2+z^2$ having given $ax+by+cz=p$.

फलन $u=x^2+y^2+z^2$ का निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए, जहाँ $ax+by+cz=p$ दिया गया है।

[P.T.O.]

Scanned with OKEN Scanner

8. Find the equation of the evolute of the

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.$$

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ का केन्द्रज ज्ञात कीजिए।

UNIT-IV / इकाई-IV

9. Evaluate : $\int_0^1\int_0^{1-x}\int_0^{1-x-y}\frac{dx\,dy\,dz}{(x+y+z+1)^2}$.

मूल्यांकन कीजिए : $\int_0^1\int_0^{1-x}\int_0^{1-x-y}\frac{dx\,dy\,dz}{(x+y+z+1)^2}$.

10. Change the order of integration in the double integra

$$\int_0^\infty\int_x^\infty\frac{e^{-y}}{y}dx\,dy$$ and hence evaluate it.

द्विशः समाकल $\int_0^\infty\int_x^\infty\frac{e^{-y}}{y}dx\,dy$ के समाकलन का क्रम बदलिए और अतः इसका मूल्यांकन कीजिए।

----x----

Scanned with OKEN Scanner